

並列分散システム論配布資料 (5)

Milner [1]: 第8–9章

京都大学 大学院情報学研究科 通信情報システム専攻

五十嵐 淳

e-mail: igarashi@kuis.kyoto-u.ac.jp

平成 25 年 11 月 12 日

これまでにみた並行プロセスの理論的枠組み (CCS, Calculus of Communicating Systems と呼ばれている) では, 同時並行して走るプロセスの数が増減することはあるが, プロセス同士の接続関係 (どんな名前が free に現れるか) は固定されている (特に, 新しい接続を生成することができない.) π 計算¹ は, CCS にある種の通信トポロジーの変更 (これを mobility と呼んでいる) を行う機構を導入した枠組みである.

8 What is Mobility?

Milner は “mobility” という言葉が, π 計算に関する最初の論文を書いた 1980 年代末よりも, 幅広く使われるようになったことを指摘するとともに, 「何がどこを動くのか」という観点から mobility の意味を考察し, 例えば,

1. プロセスが物理的な計算機空間を動く
2. プロセスが仮想的な接続されたプロセスの空間を動く
3. プロセス間の接続が仮想的な接続されたプロセスの空間を動く

のようなものが考えられると議論をしている. そして最後の意味で π 計算は “A Calculus of Mobile Processes” (π 計算の最初の論文タイトル) であると述べている.

π 計算の概要

- CCS でのラベルは π 計算では**通信チャネル**の名前であると考える. 同期の際にはチャネルの名前の送受信を行うことができる.

¹円周率とは関係がない. おそらく process の頭文字 p に対応するギリシャ文字から取ったのであろう.

- $P_1 \parallel P_2 \cdots$ プロセス P_1 と P_2 の並列実行
- $\sum \pi_i.P_i \cdots$ 可能な動作 π_i のうちいずれかを実行し, P_i になる. どの動作が選ばれるかは (外部の状況に依存し) 非決定的である.
- $\bar{a}\langle\vec{b}\rangle.P \cdots$ 通信チャネル a へ $\vec{b}$ を送信, 送信後に P を実行
- $a(\vec{z}).P \cdots$ 通信チャネル a からデータを受信, パラメータ $\vec{z}$ (有効範囲は P) をそれに束縛して P を実行. 純粋な π 計算の場合, z_i は通信チャネル (の名前) であり, それをさらに

$$a(x).\bar{x}\langle b\rangle.0$$

のように通信に使うことができる.

- $\text{new } a P \cdots$ 新しい通信チャネルを生成し, その名前を a として P を実行
- $!P \cdots$ P の無限コピー ($P \parallel P \parallel \cdots \parallel P \parallel \cdots$)
- CCS にあったプロセス定義は他の構文の組み合わせで表現できるためなくなっている.

主要なリアクション規則:

$$\bar{a}\langle\vec{b}\rangle.P \parallel a(\vec{x}).Q \longrightarrow P \parallel [\vec{b}/\vec{x}]Q$$

($[\vec{b}/\vec{x}]$ は $\vec{z}$ を $\vec{b}$ で置き換える操作で, $\vec{z}$ と $\vec{b}$ の長さが等しい時にのみ定義される.)

非決定性:

$$\begin{array}{c} \bar{a}\langle b\rangle.P_1 \parallel \bar{a}\langle c\rangle.P_2 \parallel a(x).P_3 \longrightarrow P_1 \parallel \bar{a}\langle b\rangle.P_2 \parallel [b/x]P_3 \\ \downarrow \\ \bar{a}\langle b\rangle.P_1 \parallel P_2 \parallel [c/x]P_3 \end{array}$$

有効範囲の移動: new で束縛された名前が送受信対象になると有効範囲の移動が発生する. P に a が自由な名前として現われないとすると,

$$\begin{aligned} (\text{new } a \bar{b}\langle a\rangle.P \parallel a(x).Q) \parallel b(y).\bar{y}\langle v\rangle.R &\longrightarrow P \parallel (\text{new } a a(x).Q \parallel \bar{a}\langle v\rangle.R') \\ &\longrightarrow P \parallel (\text{new } a [v/x]Q \parallel R') \end{aligned}$$

例

「1 足す」サーバ: s でリクエストを受信して r に返事を送信.

$$\begin{aligned} P &\stackrel{\text{def}}{=} !s(n).\bar{r}\langle n+1\rangle.0 \\ P &\parallel \bar{s}\langle 2\rangle.r(x).Q \longrightarrow \cdots \longrightarrow ? \\ P &\parallel \bar{s}\langle 2\rangle.r(x).Q \parallel \bar{s}\langle 4\rangle.r(y).R \longrightarrow \cdots \longrightarrow ? \end{aligned}$$

「1 足す」 サーバ (改良版)

$$\begin{aligned}
P &\stackrel{\text{def}}{=} !s(n, r). \bar{r}\langle n+1 \rangle. 0 \\
P &\parallel (\text{new } r' \bar{s}\langle 2, r' \rangle. r'(x). Q) \longrightarrow \cdots \longrightarrow ?? \\
P &\parallel (\text{new } r_1 \bar{s}\langle 2, r_1 \rangle. r_1(x). Q) \parallel (\text{new } r_2 \bar{s}\langle 4, r_2 \rangle. r_2(y). R) \longrightarrow \cdots \longrightarrow ??
\end{aligned}$$

(一次元座標上の) 点オブジェクト: get で現在の座標の問い合わせ, set で座標の更新

$$\begin{aligned}
P &\stackrel{\text{def}}{=} \text{new state} \\
&\quad \overline{\text{state}}\langle 0 \rangle. 0 \parallel \\
&\quad !\text{state}(n). (\text{get}(r). \bar{r}\langle n \rangle. \overline{\text{state}}\langle n \rangle. 0 + \text{set}(n', r). \bar{r}\langle \rangle. \overline{\text{state}}\langle n' \rangle. 0) \\
P &\parallel (\text{new } r_1 \overline{\text{get}}\langle r_1 \rangle. r_1(n). Q_1) \parallel (\text{new } r_2 \overline{\text{set}}\langle 3, r_2 \rangle. r_2(). Q_2)
\end{aligned}$$

名前の組の通信 (polyadic π 計算) の単一名通信による模倣:

$$\begin{aligned}
\bar{x}\langle y_1, \dots, y_n \rangle. P &\stackrel{\text{def}}{=} \text{new } w \bar{x}\langle w \rangle. \bar{w}\langle y_1 \rangle. \cdots. \bar{w}\langle y_n \rangle. P \\
x(z_1, \dots, z_n). Q &\stackrel{\text{def}}{=} x(v). v(z_1). \cdots. v(z_n). Q
\end{aligned}$$

9 The π -Calculus and Reaction

$a, b, \dots \in \mathcal{N}$ (名前の集合), $x, y, z, \dots \in \mathcal{V}$ (変数の集合), $n, m \in \mathcal{N} \cup \mathcal{V}$ とする.²

アクション接頭辞 (*action prefix*)

$$\begin{array}{l}
\pi ::= n(\vec{x}) \\
\quad | \bar{n}\langle \vec{m} \rangle \\
\quad | \tau
\end{array}$$

9.1 定義 [π 計算の] **プロセス式**: プロセス式の集合 $\mathcal{P}^\pi$ を以下の文法で定義する.

$$P ::= \sum_{i \in I} \pi_i. P_i \mid (P_1 \parallel P_2) \mid \text{new } a P \mid !P$$

ただし I は有限の添字集合とする. 以下, $P, Q, R, \dots$ を (並行) プロセス式を表すために使う.

9.2 定義: 構造的合同関係 (*structural congruence*) $P_1 \equiv P_2$ を以下の規則で定義する.

$$\begin{array}{c}
\frac{}{P \equiv P} \quad (\text{SC-REFL}) \qquad \frac{P \equiv Q \quad Q \equiv R}{P \equiv R} \quad (\text{SC-TRANS}) \\
\\
\frac{P \equiv Q}{Q \equiv P} \quad (\text{SC-SYMM})
\end{array}$$

²原著では, 名前と変数が同一視されているが, 変数は名前だけでなく整数などを指すためにも使われることもあるので, 今後のために区別しておく.

$$\begin{array}{c}
\frac{(P \text{ から } Q \text{ は } \alpha \text{ 変換で得られる})}{P \equiv Q} \quad (\text{SC-ALPHA}) \\
\frac{}{P \parallel \mathbf{0} \equiv P} \quad (\text{SC-ZERO}) \\
\frac{}{P \parallel Q \equiv Q \parallel P} \quad (\text{SC-COMMUT}) \\
\frac{}{P \parallel (Q \parallel R) \equiv (P \parallel Q) \parallel R} \quad (\text{SC-ASSOC}) \\
\frac{(\text{if } a \notin \text{fn}(P))}{\text{new } a (P \parallel Q) \equiv P \parallel \text{new } a Q} \quad (\text{SC-NEW}) \\
\frac{}{\text{new } a 0 \equiv 0} \quad (\text{SC-NEWZERO}) \\
\frac{}{\text{new } ab P \equiv \text{new } ba P} \quad (\text{SC-NEWSWAP})
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\frac{}{!P \equiv P \parallel !P} \quad (\text{SC-REP}) \\
\frac{P \equiv Q}{\alpha.P + M \equiv \alpha.Q + M} \quad (\text{SCC-SUM}) \\
\frac{P \equiv Q}{\text{new } a P \equiv \text{new } a Q} \quad (\text{SCC-NEW}) \\
\frac{P \equiv Q}{P \parallel R \equiv Q \parallel R} \quad (\text{SCC-PARL}) \\
\frac{P \equiv Q}{R \parallel P \equiv R \parallel Q} \quad (\text{SCC-PARR}) \\
\frac{P \equiv Q}{!P \equiv !Q} \quad (\text{SCC-REP})
\end{array}$$

9.3 定義 [リアクション関係]: プロセス式の二項関係 $P \longrightarrow Q$ を以下の規則で定義する.

$$\begin{array}{c}
\frac{}{\tau.P + M \longrightarrow P} \quad (\text{TAU}) \\
\frac{}{(n(\vec{y}).P + M) \parallel (\bar{n}(\vec{m}).Q + N) \longrightarrow [\vec{m}/\vec{y}]P \parallel Q} \quad (\text{REACT}) \\
\frac{P \longrightarrow Q}{P \parallel R \longrightarrow Q \parallel R} \quad (\text{PAR}) \\
\frac{P \longrightarrow Q}{\text{new } a P \longrightarrow \text{new } a Q} \quad (\text{RES}) \\
\frac{P \equiv P' \quad P' \longrightarrow Q' \quad Q' \equiv Q}{P \longrightarrow Q} \quad (\text{STRUCT})
\end{array}$$

参考文献

- [1] Robin Milner. Communicating and Mobile Systems: The π -Calculus. Cambridge University Press. 1999.