

# ソフトウェア基礎論配布資料

## 算術式の言語—補遺

五十嵐 淳

京都大学 大学院情報学研究科知能情報学専攻

e-mail: igarashi@kuis.kyoto-u.ac.jp

平成 16 年 10 月 13 日

**2.2.6 定理 [評価の停止性, termination of evaluation]:** 任意の算術式  $a$  に対し,  $a \longrightarrow a_1 \longrightarrow \dots \longrightarrow a_n \longrightarrow \dots$  なる無限列は存在しない.

**Proof:** まず,  $w(a) \in \mathbf{Aexp} \rightarrow \mathbf{Nat}$  を以下のように定義する.

1.  $w(0) = 1$
2.  $w(S(a)) = w(a) + 1$
3.  $w(a_1 + a_2) = 2(w(a_1) + w(a_2)) + 1$
4.  $w(a_1 * a_2) = w(a_1) \cdot w(a_2) + 1$

このとき,  $\forall a, a' \in \mathbf{Aexp}. a \longrightarrow a' \Rightarrow w(a) > w(a')$  である. また  $\forall a \in \mathbf{Aexp}. w(a) > 0$  なので,  $a \longrightarrow \dots \longrightarrow a' \longrightarrow \dots$  が成立したとすると,  $w(a) > \dots > w(a') > \dots$  なる無限列が存在することになり矛盾.  $\square$

**2.2.4 定理 [合流性, confluence]:**  $a_1 \longrightarrow^* a_2 \ \& \ a_1 \longrightarrow^* a_3 \Rightarrow \exists a_4. a_2 \longrightarrow^* a_4 \ \& \ a_3 \longrightarrow^* a_4$ .

**Proof:** (フォローする必要はありません) まず  $a_1 \longrightarrow a_2 \ \& \ a_1 \longrightarrow a_3 \Rightarrow \exists a_4. a_2 \longrightarrow^* a_4 \ \& \ a_3 \longrightarrow^* a_4$  を  $a_1$  の構造に関する帰納法で証明する. この性質と termination of evaluation と, Neumann の補題より, 合流性が導かれる.  $\square$