

私の基礎研究
— 計算と論理を巡って —

佐藤雅彦

京都大学情報学研究科

日本ソフトウェア科学会第 32 回大会
早稲田大学
2015 年 9 月 10 日

8年前の会話

百万遍の交差点で偶然お会いした名誉教授の先生との会話

先生：「君は今いくつだ？」

私：「もうすぐ 60 になります。」

先生：「そうか。その年なら研究なんかするのはやめて、
研究科の管理・運営や研究科の将来を考えないとだめだ!」

私：「・・・」

講演の構成

第1部 序論

第2部 「青春の夢」を見るまで

第3部 証明支援系の哲学

第4部 結論

第1部

序論

情報学とは何か?

私の答：

世界と言語の関係を研究する学問

- 両者の関係は一方通行ではない
- 世界は言語を変える
- 言語は世界を変える

情報学とは何か?

私の答：

世界と言語の関係を研究する学問

- 両者の関係は一方通行ではない
- 世界は言語を変える
- 言語は世界を変える

言語の本質は何か?

情報学とは何か?

私の答：

世界と言語の関係を研究する学問

- 両者の関係は一方通行ではない
- 世界は言語を変える
- 言語は世界を変える

言語の本質は何か?

- コード化することができ時間と空間を超えて伝えることができる

情報学とは何か?

私の答：

世界と言語の関係を研究する学問

- 両者の関係は一方通行ではない
- 世界は言語を変える
- 言語は世界を変える

言語の本質は何か?

- コード化することができ時間と空間を超えて伝えることができる

情報の本質は何か?

情報学とは何か?

私の答：

世界と言語の関係を研究する学問

- 両者の関係は一方通行ではない
- 世界は言語を変える
- 言語は世界を変える

言語の本質は何か?

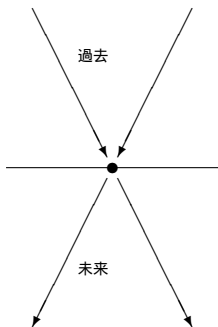
- コード化することができ時間と空間を超えて伝えることができる

情報の本質は何か?

- コード化することにより時間と空間を超えて伝えることができる

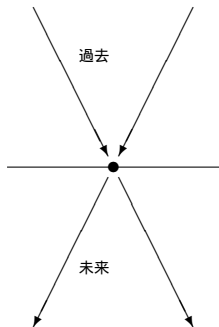
結論: 情報 = 言語

文脈と環境



- 歴史が人をつくり 人が歴史をつくる
- **文脈** (context) = 歴史
- **環境** (environment) = 文脈をある時点できりとったもの
- 生きること = 自己と環境との相互作用を**経験**すること

文脈と環境



- **言語** による **情報** の伝達が基本的 (プラトン哲学, ユークリッド幾何)
- **原典** がもっとも大事
 - 新谷卓郎 (本郷の数学科に進学したときのアドバイザー)
 - 野家啓一 (哲学者, 東北大での同僚・スローサイエンス)

学問の継承と継続

- 学問の継承には師と弟子が時間と空間を共有することが必要
- 共有できないと双方向のコミュニケーションができない
- 時間と空間を共有することにより対話が成立する
- 対話においては先生と生徒は対等の立場
- 対話が成立するためには、少人数の寺子屋的環境が大事
- 学問の継続 = 継承の繰り返し
- これにより時間と空間を超えての継続が可能になる

よい時により場所にいる

Being in the right place at the right time.

生れる場所や時代を選ぶことはできないが、つねによい時によりよい場所において研究を継続できたことは幸運だったと思う。

よい時により場所にいる

Being in the right place at the right time.

生れる場所や時代を選ぶことはできないが、つねによい時によりよい場所において研究を継続できたことは幸運だったと思う。

「よい時により場所にいる」ことを認識するためには感覚を研ぎ澄ましていることが必要!

よい時により場所にいる

Being in the right place at the right time.

生れる場所や時代を選ぶことはできないが、つねに**よい時により場所**にいて研究を継続できたことは幸運だったと思う。

「よい時により場所にいる」ことを認識するためには**感覚**を研ぎ澄ましていることが必要!

月田承一郎さんの言葉：

セレンディピティー (Serendipity) とは、他人には宝と見えないものが「**見える**」こと

この「**視力**」があるかどうかサイエンスにおいて成功できるかどうかの鍵

私の研究の基本方針

哲学 数学 プログラミング

上の3つを均等に時間を使って研究ないし実践する。

私の研究の基本方針

哲学

数学

プログラミング

上の3つを均等に時間を使って研究ないし実践する。
その理由

私の研究の基本方針

哲学

数学

プログラミング

上の3つを均等に時間を使って研究ないし実践する。

その理由

- 上の3つは連続していて不可分。
- とくに言語を共通の基盤としている。
- 歴史的にも左から右に発展してきた。
- 関係が深いので、どれかひとつの理解が進めば、のこり2つの理解に即つながら、最初は大変だが、実は効率的!
- 哲学はものごとをさまざまな視点から深く考えることを可能にし、プログラミングは考えたことを実際に実行、検証することに使える。
- 抽象度の高いものから具体的なものまでそろっている。

数学者のふたつのタイプ

問題解決型数学者

- 与えられた**枠組の中で**研究．
- cpu のクロックが早いことが必要．
- 若くないとできない．
- 現状のパラダイムにのっかった研究
- 比較的容易に論文が書ける．
- 評価をしやすい．(フィールズ賞 は 40 才まで)

数学者のふたつのタイプ

問題解決型数学者

- 与えられた**枠組の中で**研究．
- cpu のクロックが早いことが必要．
- 若くないとできない．
- 現状のパラダイムにのっかった研究
- 比較的容易に論文が書ける．
- 評価をしやすい．(フィールズ賞 は 40 才まで)

概念構築型数学者

- 既存の枠組を**外から眺めて**，新しい概念を導入し，枠組を変革する．
- cpu のクロックが早すぎないことが必要．
- ある程度年をとらないとできない．しかし年をとってもできる!
- パラダイムを変革する研究
- なかなか論文が書けない．
- 評価されるのは死んだ後 (フレーゲ)

概念構築型数学者を目指して

- 早い時期に視力をきたえる．
- 問題解決型数学者として出発する．(15才)
- 上から与えられた問題だけでなく、自ら設定した問題を解く．

概念構築型数学者を目指して

- 早い時期に視力をきたえる．
- 問題解決型数学者として出発する．(15 才)
- 上から与えられた問題だけでなく、自ら設定した問題を解く．
- なるべく早い時期に一生をかけてとりくむ課題を設定する．
(30 才)
- 多方面，とくに異分野，に興味を示す．
- 既存の枠組，体系に強い疑問をもつ．
- 計算機科学においては，哲学(頭を動かす)とプログラミング(手を動かす)が重要．
- 哲学，数学，プログラミングに同じ時間を割く．

概念構築型数学者を目指して

- 早い時期に視力をきたえる。
- 問題解決型数学者として出発する。(15才)
- 上から与えられた問題だけでなく、自ら設定した問題を解く。
- なるべく早い時期に一生をかけてとりくむ課題を設定する。(30才)
- 多方面，とくに異分野，に興味を示す。
- 既存の枠組，体系に強い疑問をもつ。
- 計算機科学においては，哲学(頭を動かす)とプログラミング(手を動かす)が重要。
- 哲学，数学，プログラミングに同じ時間を割く。
- それでも，理想と現実にはギャップがあり，今でももがいている。

尊敬する数学者

佐藤幹夫先生

- (現代的) 代数解析学の創始者
- 内在的 (intrinsic) であることの重要性を強調
- 等式による解析学
- 20 世紀最高の数学者 2 人のうちのひとり (飯高茂)

尊敬する数学者

佐藤幹夫先生

- (現代的) 代数解析学の創始者
- 内在的 (intrinsic) であることの重要性を強調
- 等式による解析学
- 20 世紀最高の数学者 2 人のうちのひとり (飯高茂)

小野勝次先生

- 論理学者 (日本にゲンツェンの証明論を導入)
- 退官後に「概念対象理論」を研究
- 数学の宇宙を論理の再構築により実現することを試みる
- 自然な「もの」の見方 (視力) を重視

尊敬する数学者

佐藤幹夫先生

- (現代的) 代数解析学の創始者
- 内在的 (intrinsic) であることの重要性を強調
- 等式による解析学
- 20 世紀最高の数学者 2 人のうちのひとり (飯高茂)

小野勝次先生

- 論理学者 (日本にゲンツェンの証明論を導入)
- 退官後に「概念対象理論」を研究
- 数学の宇宙を論理の再構築により実現することを試みる
- 自然な「もの」の見方 (視力) を重視

ふたりとも概念構築型の数学者!

第2部

「青春の夢」を見るまで

「青春の夢」を見るまで

- 0才 1947.5.1 神戸市に生まれる
- 6才 1954 市立摩耶小学校入学 「計算」と出会う
- 12才 1960 灘中学入学 「論理」と出会う
- 15才 1963 灘高校進学 数学者になることを決める
- 18才 1966 東大入学・東大紛争(闘争)を経験
- 25才 1973 京大博士課程入学
- 26才 1974 京大数理解析研究所助手
- 29才 1977 東大教養学部数学教室助教授
- 31才 1979 東大理学部情報科学科助教授

2.1 神戸時代

神戸での高校卒業まで

小学生のときの最大の疑問

変数とは何か?

- 灘中受験のための塾の先生から，求めたい数を「 x 」で表す方法を教わる．
- その後ずっと今でも考えている．
- 前原昭二先生の講義や，Frege, Russell, Quine, Martin-Löf の著作が示唆を与えてくれた．
- とくに Frege の考察や Quine の言う「ontological commitment」は興味深い．
- Martin-Löf の『Intuitionistic Type Theory』は変数に一切言及していないことが，変数について考えるヒントになった．

中学時代

- 長光実先生と出会う。
- 以後6年間数学を教わる。
- 中1で「代数」を学び、変数を含む等式の変形を学ぶ。
- 中1で「ユークリッド幾何」を学び、論理と証明にふれる。

「 $=$ 」(計算)と「 \Leftrightarrow 」(論理)が最も大事!

月田 承一郎 (京大医教授)

「灘中・高で身につけた視力」

研究者にはどのような能力が要求されるのでしょうか。

...

どうして大部分の人は気づかないのに、ある特定の人だけ気づくのでしょうか。ある人だけに「見える」、私はこれはその人の「視力」の差だといつも言います。

...

長光先生には、数学のイロハから習いました。先生は、いつも、「必要十分条件、必要十分条件」と念仏のように教えてくれました。「必要十分条件」はサイエンスをやる上での基本です。数学は「論理学」だとつくづく感じますし、その視力の大部分は長光先生につけていただきました。

中学高校で影響を受けた同級生

- 尾上圭介 (東大文教授) 国語学 日本語文法
- 天野正幸 (東大文教授) プラトン哲学
- 奥田央 (東大経済教授) 務台理作 (哲学者) に傾倒 . ロシア経済史
- 安達裕之 (東大総合文化教授) 和船の歴史

皆 , 早くから将来やりたいことを決めていた!

中学時代のパズル (1)

中学時代になんとか気になっていて，ずっと後でふたたび考えた問題があった．

- 12 個の玉があり，1 個だけ他と重さが異なることがわかっている．天秤を 3 回用いて，重さの異なる玉とそれが他の玉より重いか軽いかを決定せよ．

中学時代のパズル (1)

中学時代になんとか気になっていて、ずっと後でふたたび考えた問題があった。

- 12 個の玉があり、1 個だけ他と重さが異ることがわかっている。天秤を 3 回用いて、重さの異なる玉とそれが他の玉より重いか軽いかを決定せよ。

同級生が父親 (阪大教授の物理学者 (ゲージ理論) の内山龍雄さん) から聞いてきた問題。そのときは場合分けによる議論で解くことができた。後に助手のころに 3 回を n 回に一般化して考えてみた。3 元体 $GF(3)$ 上の射影空間を使って、 n 回の一様な試行で解を求める方法を見つけた。

中学時代のパズル (2)

- 同級生からの問いかけ：3分の2分の1はなんぼや？

中学時代のパズル (2)

- 同級生からの問いかけ：3分の2分の1はなんぼや？

文法の曖昧性のため即答できなかった。

(3分の2)分の1 か 3分の(2分の1) か

ということ。

後に、 n 個の変数に一般化し、東大紛争の最中に考えた。

組み合わせの数の漸近的な振舞いを求める問題にして解いて論文にした。母関数の満す微分方程式を解くことにより n 変数について曖昧性が最も大きなる場合の数 M_n について

$$M_n/nM_{n-1} \rightarrow 2/\pi \quad (n \rightarrow \infty)$$

を示すことができた。(Journal of Combinatorial Theory 1976)

スト決行中の駒場キャンパス



高校時代

- 『数学セミナー』の「エレガントな解答をもとむ」にはまる．
- 数学者になることを決心する．
- 一松信先生 (当時立教大学) と米田信夫先生 (当時学習院大学) が出題者
- 高校程度の数学で解けるが，思考力を要求する良問が多かった．
- 高校の3年間で解答を紹介された回数が最も多かった．

高校時代

- 『数学セミナー』の「エレガントな解答をもとむ」にはまる．
- 数学者になることを決心する．
- 一松信先生 (当時立教大学) と米田信夫先生 (当時学習院大学) が出題者
- 高校程度の数学で解けるが，思考力を要求する良問が多かった．
- 高校の3年間で解答を紹介された回数が最も多かった．
- 後に京大で一松先生の部門の助手になった．
- 後に東大で米田先生の講座の助教授になった．

パズルの創作

高2の1月に、家で見っていたアメリカのテレビ番組にあった $n = 3$ の場合のパズルを一般の n に拡張してパズルの解が存在するための必要十分条件を解析した

有限オートマトンである状態から別のある状態に到達できるかを判定する条件を与えたことになる (が当時はそんなことは知らなかった)

高校3年のとき『数理科学』で自作のパズルの募集があったのに応募して採用された

『数理科学』1965年7月号に掲載

高校生のときの最大の疑問

証明とは何か?

論理学の教科書にも答はない

素朴な疑問として現在も抱えている

また，このころの哲学についての関心が後で上の問題を考えるのに役立った

哲学は科学の問題に答を直接与えてくれないが，答を考える重要なヒントを与えてくれる，と感じている

2.2 東京での学部と修士時代

学部と修士

1966年に東大理科I類に入学し、駒場で留年と東大紛争を経験し、1969年に本郷の理学部数学科に進学した。

1971年に修士課程に入学、1973年修士課程修了。

学部の恩師は細井勉先生、修士課程の恩師は野崎昭弘先生。

数学教室計算機室の人々

本郷の数学教室には当時としては本格的な東芝製の中型の電子計算機があった

助手の細井勉先生が計算機の世話をしておられ、修士2年の榎本彦衛さん、修士1年の竹内郁雄さんが計算機を使っていて、ときどき学習院から米田信夫先生がこられていた

竹内さんは修士論文のためのゲームプログラムを作成しており、そのプログラムとの対戦相手として、竹内さんと同学年の柏原正樹さんがきていた

私と同学年では、後藤滋樹君、平野照比古君が主なユーザだった

1970年頃の東大数学教室計算機室

以下二枚の写真は1980年頃にTOSBAC-3300が廃棄されることになったときに撮影。このころ数学教室は理学部一号館から移転していたが、計算機室は当時のまま残っていた

コアメモリー 8K 語，1 語 24 bit，補助記憶装置なし．この中にすべてのプログラムを入れて使っていた．加減算 200 μ 秒



1970年頃の東大数学教室計算機室 (続)

TOSBAC-3300 の入出力装置 Flexowriter をタイプする米田信夫先生．本体の左に紙テープの読み取り装置がある



2012/03/29 16:37

論理への関心の復活

細井先生とだんだん親しくなり，先生の研究内容を教えてもらったりするうちに論理への関心が復活した

高校のときの吉田夏彦「論理学」や駒場の同級の小宮山君から借りた論理学のノート(まだ返していない!!)にはない，現在進行中の研究を聞いたことがよかった

このころ，当時，数理解析研で高須先生の助手をしていた小野寛晰さんが東大にくることがあり，面識をえた

小野さんも野崎昭弘先生の弟子

数理解析研究所への出張

そのころ週刊誌で話題になっていたデボノ博士の「水平思考」というのがあり，彼が考案したゲームが市販されたりしていた．手頃な問題だったので，東大の計算機でこのゲームの完全な解析をすることができた

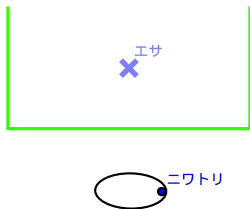
細井先生のすすめで，学部3年のとき数理研でのゲームとパズルに関する研究集会で発表することになった．研究代表者は，数理研の一松信先生．はじめてお会いすることができた

数理解析研究所講究録 No 98 「計算機によるゲームとパズルをめぐる諸問題研究会」(1970年6月)に論文がある．『数理科学』1971年1月号の記事として掲載された

この研究会は竹内郁雄さんと一緒に参加した．京大数学の助手になっていた榎本彦衛さんも参加していた．

小平先生の講義

すこし前に米国から東大に戻られていた小平邦彦先生の講義も印象深い．あるとき，何も言わずに次のような図を板書した



MLG の発足と小野勝次先生との出会い

私が学部の4年のときに細井勉先生と小野寛晰さんが相談してMLGを発足させた

中間論理や様相論理といった，小さな日本の論理学の世界でも主流でない分野の研究者が集まって議論できる場を提供

年に1回か2回会合があり，参加者は10名から20名程度で全員同じところに宿泊した．寺子屋の世界

当時静岡大学の学長をしておられた小野勝次先生もこられた

MLGであつかった分野はいずれも後にコンピュータサイエンスに大きな影響を与えた．ここで様相論理を学んだことが後に学位論文作成に役立った

80 才の小野勝次先生からのメッセージ

概念対象理論の構想と その哲学的背景

小野勝次 著

友よ、
たとえ落ちこぼれようとも、あくまで理を追おうではないか
はま...

友よ、たとえ落ちこぼれようとも、あくまで理を追おうではないか

理論の構築

学部4年のときに、二人ゲームを $GF(2)$ 上の線型空間に埋めこむことができることに気がついた

さらに一般的に $GF(2)$ 上の線型空間の上の二人ゲームを定義し、**linear game** という名前をつけた

自然数の全体は2進和に関して自然に linear game となることがわかる (1山くずしに相当)

二人ゲームの**良形**を特徴づける **Grundy 関数**とよばれる関数が linear game では線型写像になることが証明できた

また linear game の**直和**が自然に定義でき、直和の上の Grundy 関数が直和成分の上の G 関数の2進和になることも証明できた

この結果からただちに n 山くずしの良形判定条件が得られた

理論の構築 (続)

おもちゃのような理論ではあるが、自分で新しい概念を考えて、満足できる結果を証明できてうれしかった

野崎先生や一松先生にも話を聞いていただき、学部4年の10月に数理研の紀要に投稿し、修士1年のときに数理研の紀要に論文が掲載された

Masahiko Sato, Grundy Functions and Linear Games, *Publ. RIMS, Kyoto U.*, **7**, pp. 645-658, 1972

学部学生のと時の研究であるが、これまでの私の論文の中でも気に入っている論文のひとつだ

3つの「修士論文」

修士修了までに、修士論文相当の論文を3つ書いた

- 学部4年のときの linear game の論文 (数理研紀要)
- 直観主義命題論理に関連するある種の自由代数の構造をクリプキモデルを用いて決定し、さらに計算機でその元の数を求めた (数理研講究録)
- 有限 Heyting 代数を Boole 代数の上の操作を用いて特徴づける問題を解決した。これを用いると有限順序集合が与えられたとき、それが Heyting 代数になるかどうかを簡単に決定できる (数理研紀要)

Masahiko Sato, Characterization of Pseudo-Boolean Models by Boolean Models and its applications to Intermediate Logics, *Publ. RIMS, Kyoto U.*, **9**, pp. 141-155, 1973

最後の論文を修士論文にした

大学生のときの最大の疑問

集合とは何か?

集合論の教科書にも答はない．とくに巾集合の概念の理解が困難．

集合論，型理論との関連で「クラス理論」を考える動機になっている．

2.3 数理解析研究所での博士と助手時代

京都大学数理解析研究所での恩師

数理解析研究所は学部3年のときから出入りしており、一松先生もおられたので、1973年京大博士課程に入学。神戸の実家から通った。

計算機科学関係の研究集会や国際会議もよく開催され、日本の計算機科学黎明期の理論的な中心であった。

一松 信 先生	京大博士課程の恩師
高須 達 先生	京大博士課程の恩師
佐藤 幹夫 先生	私の学位論文の審査委員
五十嵐 滋 先生	京大博士課程の恩師

当時の数理研の所長は伊藤清先生で廣中平祐先生もいた

数理解析研究所の人々



後列右端から私，細井勉先生，一松信先生，荒木不二洋先生，山崎洋平君，伊藤清先生．前列右端は八杉満利子先生

高須研究室

数理研での博士課程は1年で中退し，一松先生の近似理論部門の助手に採用された

一松先生のご配慮で高須先生の計算機構部門研究室で自由に研究することができた

神戸の自宅から通っていたので，数理研には週に1，2度でかけ，ふだんは自宅で研究をしていた

研究室のメンバーは高須先生の他に助教授の五十嵐滋先生，助手の笠井琢美さん，林健志君，私，すこし後から中島玲二さんも助手になった．中島さんがこられた頃に湯淺太一さんが修士で入ってきた

1975 年 McCarthy 先生の来所

この年 3 月 , John McCarthy 先生が数理研に来所し 3 月程滞在した .

直前に Lisp をはじめて勉強 . ほとんど紙の上の勉強

MTC (Mathematical Theory of Computation) の講義をし , コンピュータで証明を検証することの重要性を指摘

彼は 1961 年にすでにそのことを指摘した

様相論理による知識の公理化についてもセミナーで披露した

これは McCarthy 先生との共同研究に発展し , McCarthy 先生との共著論文や私の学位論文になった

はじめて親しくなった外国人の研究者が McCarthy 先生だったのはきわめて幸運なこと . まさに right place, right time

1977年 スタンフォード大学での McCarthy 先生



左から McCarthy 夫人，McCarthy 先生，高須先生，私

1978年 武蔵野通研での McCarthy 先生



右から 竹内郁雄さん，McCarthy 先生，後藤滋樹君，私

Scott 先生の問題の解決

五十嵐滋先生は IFIP WG 2.2 のメンバーとして活動しており、同じ WG2.2 のメンバーの Dana Scott 先生の出版前の原稿段階の論文 Data Types as Lattices を京都に持ち帰ってきた

その中に未解決問題として

Do the retracts in $P\omega$ form a continuous lattice?

があげられていた

この問題を高須研の大学院生細野千春さんと共同研究し解決した。

The retracts in $P\omega$ do not form a continuous lattice

というタイトルで Theoretical Computer Science (1976 年) に採録された

Scott 先生の問題の解決 (続)

この論文で Scott 先生に名前を知ってもらい、数年後に彼が来日して以来、いろいろと議論していただけるようになった

次の写真は 2010 年 7 月 1 日にエディンバラで撮影。当日は Scott 先生夫人の Irene さんの誕生日を祝う夕食会が chinese restaurant で開かれた。

エディンバラでの Scott 先生



左から Gordon Plotkin さん (Burstall 先生の弟子), 私, Scott 先生, Robin (Fourman さんの息子), Irene さん (群論で有名な Otto Schreier の娘) Michael Fourman さん (Scott 先生の弟子)

学位論文

McCarthy 先生との共同研究には五十嵐先生や林君も一緒に議論したので、4人で論文を書き、翌年 MIT で開かれた IJCAI 77 で発表した。

さらに McCarthy 先生の知識の公理化を Gentzen のシーケント体系で形式化しクリプキ意味論を与え完全性を示した。

一松信先生のすすめで学位論文としてまとめ京大に学位の申請をした。

論文の調査委員は一松先生、高須達先生と佐藤幹夫先生

この論文は後に Joe Halpern が参照し、コンピュータサイエンスでの知識表現に応用された。

2.4 東大駒場数学教室

東大教養学部数学教室

京大で学位を取得してすぐ駒場の数学教室の助教授になった

教養学部長で哲学者の大森荘蔵先生から辞令をうけとった．後に
知ることになる哲学者の野家啓一さんの先生

このころから日本の多数の科学哲学研究者と知りあうことにな
る．当時まだ文学部の学部学生だった岡田光弘さん(現在慶應大
学教授)が私を訪ねてきた

このころ様相論理 S5 のカット除去に関する論文を書き Gregory
Mints さん(後に Stanford 大学当時は東側で，西側への脱出を希
望していた)との交流がはじまる

駒場の数学教室には斎藤正彦先生他ロジックに興味をもつ先生が
何人かおり，これらの先生の前で定期的に私が考えていることを
話すことになった．この集りは私が情報科学科に移ってからもし
ばらく続き，後で駒場に着任した難波完爾先生も参加

MTC と青春の夢

McCarthy 先生は、プログラムの正当性、停止性等の性質をロジックを用いて研究する分野を MTC (Mathematical Theory of Computation) と名付けた。

MTC 研究の方法論としては、既に確立していた数学の分野である「超数学」の手法、とくに「証明論」が有効に用いられていた。

「証明論」や、このころから計算機科学でも用いられるようになった「型理論」が、MTC に有効であることは認めながら、同時に違和感をもっていた。

MTC と青春の夢 (続)

この違和感から私の「青春の夢」が形成され、2年後に異動した先の理学部で以下の決意表明をした。(情報科学と超数学、『東京大学理学部広報』11巻2号, 1979年7月)

現在のところ MTC は超数学の恩恵を一方的に受けるばかりであるが、できれば情報科学で得られた知見や **道具** を超数学に役立てたいというのが筆者の願いである

このようにして、**理論**をつくるだけでなく、それをコンピュータの上の**道具**として実現するという私の「青春の夢」を表明した。

2.5 東大理学部情報科学科

情報科学科への異動

1975年に理学部に情報科学科が設置され、**米田信夫**先生が4人の教授の1人となった

情報科学科は教授4，助教授4，助手8の小さな学科で，学生定員は学部15，修士8，博士4であった

まさに**寺子屋**そのものだった

情報科学科の2期生が4年になった年に駒場から本郷の情報科学科に異動することになり，自分の研究室を持つことができた

講義をするときにも学生が10人いれば多いくらいだった．学生はよく勉強し，勉強もプログラミングもよくできた

Hyperlisp

情報科学科に異動してすぐに、McCarthy 先生の考案した言語 Lisp のデータ構造を簡単化することを考えてみた。その結果得られた構造 S は、方程式

$$S = S \times S + S \times S$$

を満足し、空でない最小の構造であった

この構造の上には和と積も定義でき、非可換環の構造を持つようにできた。さらにこの環の上の加群を考えることにより有限オートマトンとの関係も調べることができた

この構造の要素 (symbolic expression) を処理するための言語 Hyperlisp を設計し、言語の仕様は、言語の評価関数のグラフを帰納的に定義することにより与えた

Hyperlisp (続)

こうしてできた Hyperlisp の言語仕様は A4 の紙一枚に収まる程度のものであった。

この仕様を，当時私の研究室の最初の学生で学部の4年生だった萩谷昌己さんに見せて，実装できますか，と聞いてみたところ，(たしか)1月もあればできるだろうという答が返ってきた

彼は，後藤英一先生の研究室で作成されていた HLISP (H は hash のこと) と同様，S 式が mono copy になるような実装を短時間で完成させた

この結果は私と萩谷さんの共著論文として，翌年(1981年)のアムステルダムでの国際会議で発表した。オランダには，私と会議のプログラム委員をしていた米田先生が行き，ふたりでホテルの同じ部屋に泊った

1981年 アムステルダムでの米田先生



右から私，米田先生

Milner 先生との出会い

アムステルダムでの会議の後，私はひとりで，スコットランドに渡り Edinburgh 大学の Robin Milner 先生を訪問した

私の話を聞いていただいたとき，Cornell 大学の Bob Constable 先生もおられて，3人で証明検証系の未来について語った

また 1982 年の夏にエディンバラ大学の Milner 先生の創設した LFCS (Laboratory for Computer Science) に滞在した．

Milner 先生は言語 ML を設計，実装し，その上で証明検証系を開発した．私の目的はこの証明検証系を使ってみることに，Milner 先生と議論することだった．このころ Milner 先生の関心は既にプロセス計算に移っていた．

Gordon Plotkin，Matthew Hennessey と知り合いになり，また，後に Rod Burstall 先生や Randy Pollack さんとは共著の論文を書くことができた．

2010年 エディンバラにて



Pollack さん (左) は Burstall 先生 (右) の弟子

第3部

証明検証系の哲学

Quotation from McCarthy

(1961: A basis for mathematical theory of computation)

Proof-checking by computer may be as important as proof generation. It is part of the definition of formal system that proofs be checkable.

...

It should be remembered that the formal systems so far developed by logicians have heretofore quite properly had as their objective that it should be convenient to prove metatheorems about the systems rather than that it be convenient to prove theorems in the systems.

3.1 数学の形式化と証明支援系

数学の形式化が必要な理由

- 数学からくる理由
- コンピュータ・サイエンスからくる理由

数学の形式化が必要な理由 (続)

数学からくる理由

- 命題の証明不可能性の証明
- 無矛盾性の証明
- ゲーデルの不完全性定理
- 逆数学
- Zermelo-Fraenkel 集合論

これらの理由は理論的なもの。数学者は、通常、形式的数学について語るがその中で仕事はしない。

例外として、数学者が自分の証明に誤りがないことを検証したいという、最近の Voevodsky の取り組みがある。

論理の形式化がここでは重要。

2012年 プリンストン IAS での Voevodsky



数学の形式化が必要な理由 (続)

コンピュータ・サイエンスからくる理由

- 証明の**正しさ**の検証
- プログラムの**正しさ**の検証 .
- 構成的プログラミング (仕様の構成的証明からのプログラム抽出)
- **超数学**の形式化 .

これらの理由は**実際的なもの**. **数学をその中ですることのできる環境**の構築に興味を持つ計算機科学者がいる . そのような環境は**証明支援系 (proof assistant)** と呼ばれている .

Cf., Isabelle, Coq, Agda, Minlog 等

計算 の形式化がここでは重要

形式化の歴史

- Frege (Begriffsschrift, 1879) 高階論理, 自然演繹
- Russell (with Whitehead), 1910 型理論
- Brouwer (直観主義)
- Hilbert (形式主義)
- Zermelo-Fraenkel (集合論)
- Church (λ -calculus, 単純型理論)
- Turing (universal Turing machine, 決定問題)
- McCarthy (1961: MTC) \rightarrow Milner
- de Bruijn (Automath 1967 —)
- Mizar (1973 —), Coq, Isabelle, Minlog, Agda (Martin-Löf 型理論の実装)

思想的に一番近いのが Frege, McCarthy, Martin-Löf

2004年 Per Martin-Löf 先生

数理解析研究所で型理論の歴史について講義をする Martin-Löf 先生



3.2 数学をブートストラップする

数学的存在者についての3つの立場

数学的存在者とは何か (what) , そしてそれらはどのようにして (how) 作られるか?

	プラトン主義	構成主義	形式主義
哲学	実在論	概念論	唯名論
数学	論理主義	直観主義	形式主義
存在論	強	弱	最弱
計算	無視	本質的	本質的
対象の分類	集合	型	(クラス)

数学的存在者についての3つの立場

数学的存在者とは何か (what) , そしてそれらはどのようにして (how) 作られるか?

	プラトン主義	構成主義	形式主義
哲学	実在論	概念論	唯名論
数学	論理主義	直観主義	形式主義
存在論	強	弱	最弱
計算	無視	本質的	本質的
対象の分類	集合	型	(クラス)

- 存在論 は what に関係し , 計算 は how に関係する.
- 集合論 , 型理論に基づく支援系はあるが , クラス理論についてはまだない .
- 形式主義の存在論を支えるのは有限主義 (finitism).

数学をブートストラップすべき理由

すべての証明支援系は，ユーザがタイプした文字列を解釈し，支援系がサポートする形式的体系 F における正しい証明であるかを有限時間内でチェックする機能を持つ．

ユーザがこの支援系を使用できるためには当該の形式的体系 F を理解する必要がある．

ユーザが支援系を本当に信頼できるためには，それだけでなく，支援系のチェックプログラム P を理解し，そのプログラムの正当性を確認する必要がある．

そのためには，チェックプログラム P の意味論を記述できる形式的体系 F' が必要になる．

数学をブートストラップすべき理由 (続)

F, P, F' を記述する言語 $L(F), L(P), L(F')$ は一般に異なる．
これらがすべて一致する支援系はまだ無いと思われる．それ以前に， F 以外は形式化されていないと思われる．

いずれにしても，体系 F' とそれを記述する言語は，無矛盾であることが信じられてかつ**最も単純な体系**が望ましい．

数学基礎論で， F' としては PRA (primitive recursive arithmetic) で原理的には十分であることが知られている．(**ゲーデルの不完全性定理**．)

しかしコンピュータサイエンスでは，PRA をそのまま使うことはできない．(**コード化の問題!**)

最も単純な体系

以下のような性質を持つ体系が望まれる。

- ① 証明という言語的存在者を有限主義の数学で自然に記述できる。
- ② 任意の言語的存在者のクラスを、自由代数として生成できる。(abstract syntax)
- ③ 言語的存在者はすべて名前により参照することも、引用(quotation, quasi-quotation)等により言及することもできる。(Quine の use と mention)
- ④ 上の性質により、体系は自己参照的体系になる。
- ⑤ 体系内部の項がそのまま自己参照的プログラミング言語になる。
- ⑥ このプログラミング言語の意味論を体系の言語で形式化できる (meta-circular interpreter)

全数学のブートストラップ

- 前項のような「単純な体系」があれば、その上に**全数学**を実装できる。
- なぜなら、「単純な体系」はその一部にクラスをベースにしたプログラミング言語を含むので、この言語を用いて、個別の任意の数学を**自然に**実現できる。
- とくに全数学の一部として「超数学」やさらには「超超数学」も実現できる。
- このようにして、「集合論」、「型理論」、「圏論」等が実現でき、さらにこれらの間の関係についても体系の中のメタ定理として検証できる。

全数学のブートストラップ

- 前項のような「単純な体系」があれば、その上に**全数学**を実装できる。
- なぜなら、「単純な体系」はその一部にクラスをベースにしたプログラミング言語を含むので、この言語を用いて、個別の任意の数学を**自然に**実現できる。
- とくに全数学の一部として「超数学」やさらには「超超数学」も実現できる。
- このようにして、「集合論」、「型理論」、「圏論」等が実現でき、さらにこれらの間の関係についても体系の中のメタ定理として検証できる。
- 既存の証明支援系に欠如しているのは「全数学を有限主義数学を經由してブートストラップする」という**思想**

3.3 道具としての証明支援系

「正しい」キーボード

9年前に思ってたって、和田英一先生が設計した HHKB (Happy Hacking KeyBoard) の無刻印版を使うことにした



SKK の思想

1987 年になって 9 月から 2 月程 [Gérald Huet](#) さんのいるフランスの研究所 INRIA に滞在することになり，渡仏の前に急遽自作の日本語入力システムを [Emacs Lisp](#) で作成した．

SKK は「Simple Kana to Kanji Converter」の省略形で，日本語の文法的解析を一切しないという特徴がある．

HHKB と同様，視線の移動が不要で，本来の思考を誤変換の修正のために中断することなく入力続けることができるという特徴がある．

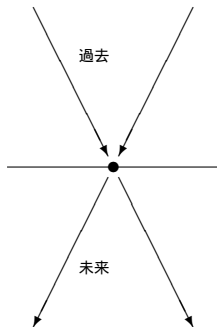
[竹内郁雄](#)さんの Kanzen を参考にしたが，Kanzen は日本語の文法処理をするシステムで設計思想が異なっている．

道具としての証明支援系

道具としての証明支援系には以下の性質を持つことが要求される。

- ユーザが非形式的に持っている数学的アイデアを自然な形で表現できる
- 体系の持つ機能をユーザが拡張，変更できること
- 通常メタレベルに属する存在者 (data) を対象レベルに具象化 (reify, internalize) する等，対象レベルとメタレベルをシステムの中で自由に往来できる。
- Git のように，証明の文脈や環境を蓄積したり別の場所との送受信が可能。
- そのためには，「文脈」や「環境」を一級の対象として扱えるプログラミング言語が必要

文脈と環境



- これまでの数学が現在の数学をつくり 現在の数学が未来の数学をつくる
- 数学は動的に変化する人類の知的活動なので，それを支援する体系も動的に変化する必要がある

第4部

結論

私の理想とする研究者像

私の理想とする研究者像

素人の目をもつ専門家であること

私の理想とする研究者像

素人の目をもつ専門家であること

自分と異なるモノの見方を排除しない

私の理想とする研究者像

素人の目をもつ専門家であること

自分と異なるモノの見方を排除しない

異分野の友人を多くもつこと

私の理想とする研究者像

素人の目をもつ専門家であること

自分と異なるモノの見方を排除しない

異分野の友人を多くもつこと

メタメタレベルから物事を見る

結論

「青春の夢」は見果てぬ夢かもしれないが
すごく面白いので
これからも見続けて行きたい