文字列書き換え系における有限導出型の高階への拡張

出山翔大 [1]　池渕未来 [1]

[1] 京都大学

文字列書き換え系（String Rewriting System）

文字の置換によって計算を行う計算体系

- Σ: 文字の集合, Σ 上の文字列の集合 Σ^*
- $R \subset \Sigma^* \times \Sigma^*$: 書き換え規則の集合

$x, y \in \Sigma^*$ と $(u, v) \in R$ に対して $xuy \to xvy$

$\Sigma = \{a, b, c\}$,

$R = \{(ba, ab), (ca, ac), (cb, bc)\}$

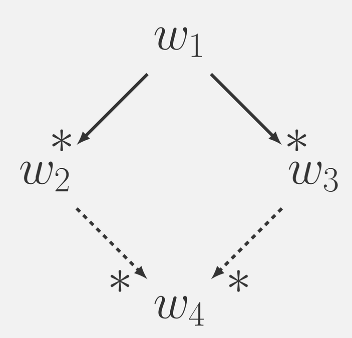
$\underline{cb}a \xrightarrow{(cb,bc)} b\underline{ca} \xrightarrow{(ca,ac)} bac$

完備性＝合流性＋停止性

書き換え系の望ましい性質

- 合流性: $w_2 \, {}^*\!\!\leftarrow w_1 \to^* w_3$ ならば $w_2 \to^* \exists w_4 \, {}^*\!\!\leftarrow w_3$
- 停止性: 無限の書き換え列が存在しない

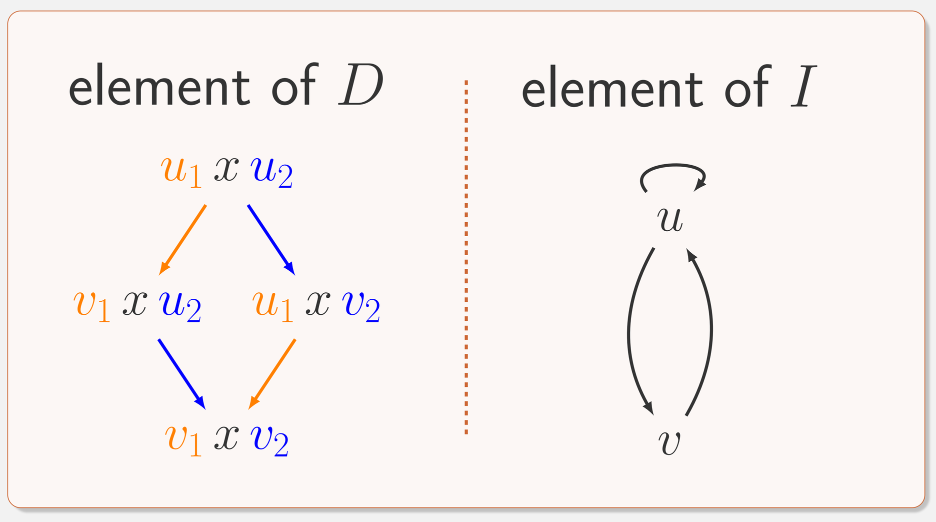
完備な書き換え系では、Word Problem が決定可能

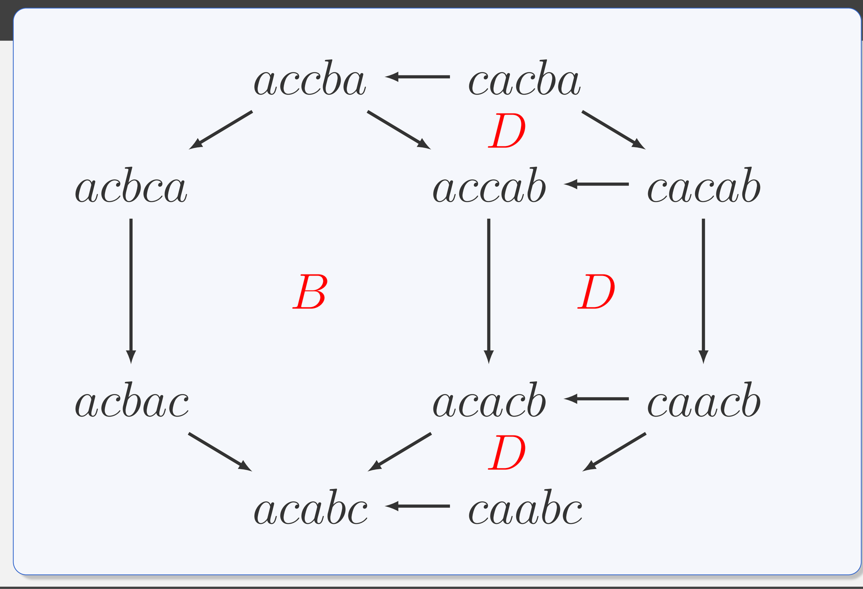


背景：有限導出型（Finite Derivation Type）[Squier et al. 1994]

頂点を文字列, 辺を書き換えとするグラフ $\Gamma = \Gamma(\Sigma, R)$ に関する性質

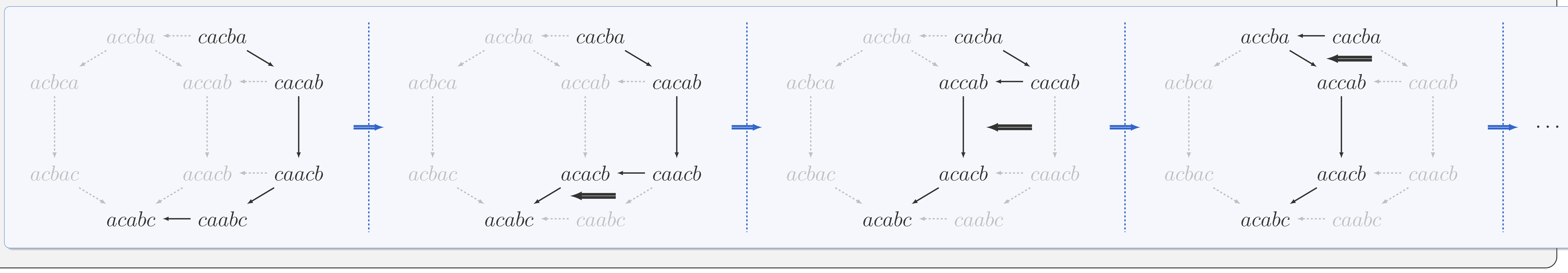
- 始点と終点が同じパスの組 (p, q) を parallel pair という
- 有限個の非自明な parallel pair の集合 B が存在して,
  任意の parallel pair が自明な parallel pair の集合 D, I と B により
  生成できるとき, 書き換え系は有限導出型をもつという
- FDT は書き換え系が完備であるための必要条件





背景：２階の書き換え系

Γ 上のパスを書き換えの対象とするような書き換え系：$x, y \in \Sigma^*$, $s, t \in P$ と $(p, q) \in B \cup D \cup I$ に対して $s; x\,p\,y; t \to s; x\,q\,y; t$

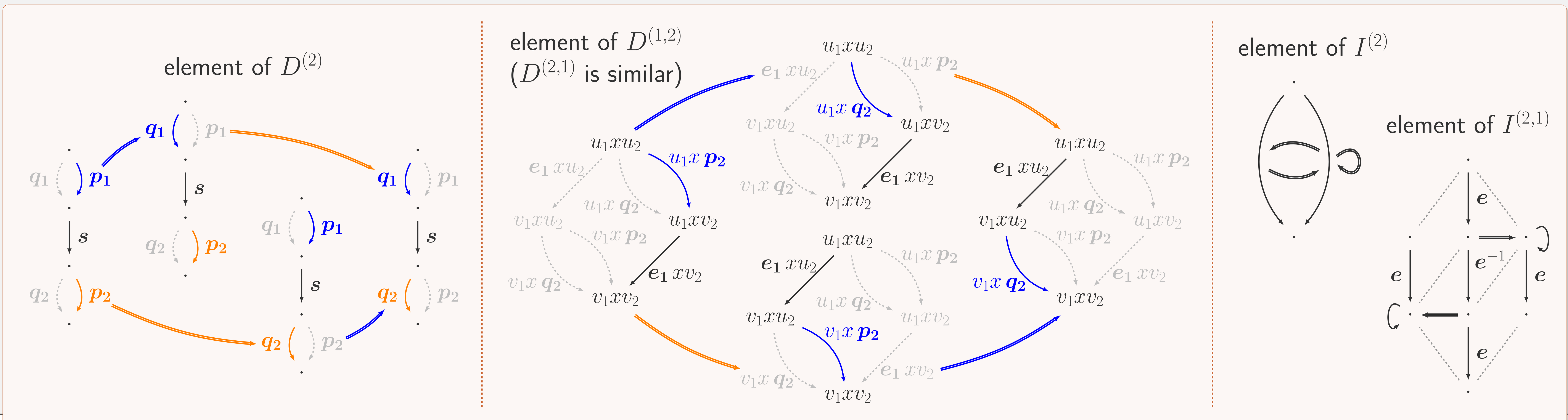


動機：２階の書き換え系にも有限導出型と同様の性質を定義できるのか？

本研究：２階の有限導出型（2-Finite Derivation Type）

頂点を Γ 上のパス, 辺を２階の書き換えとするグラフ $\Gamma^{(2)} = \Gamma^{(2)}(\Sigma, R, B)$ に関する性質

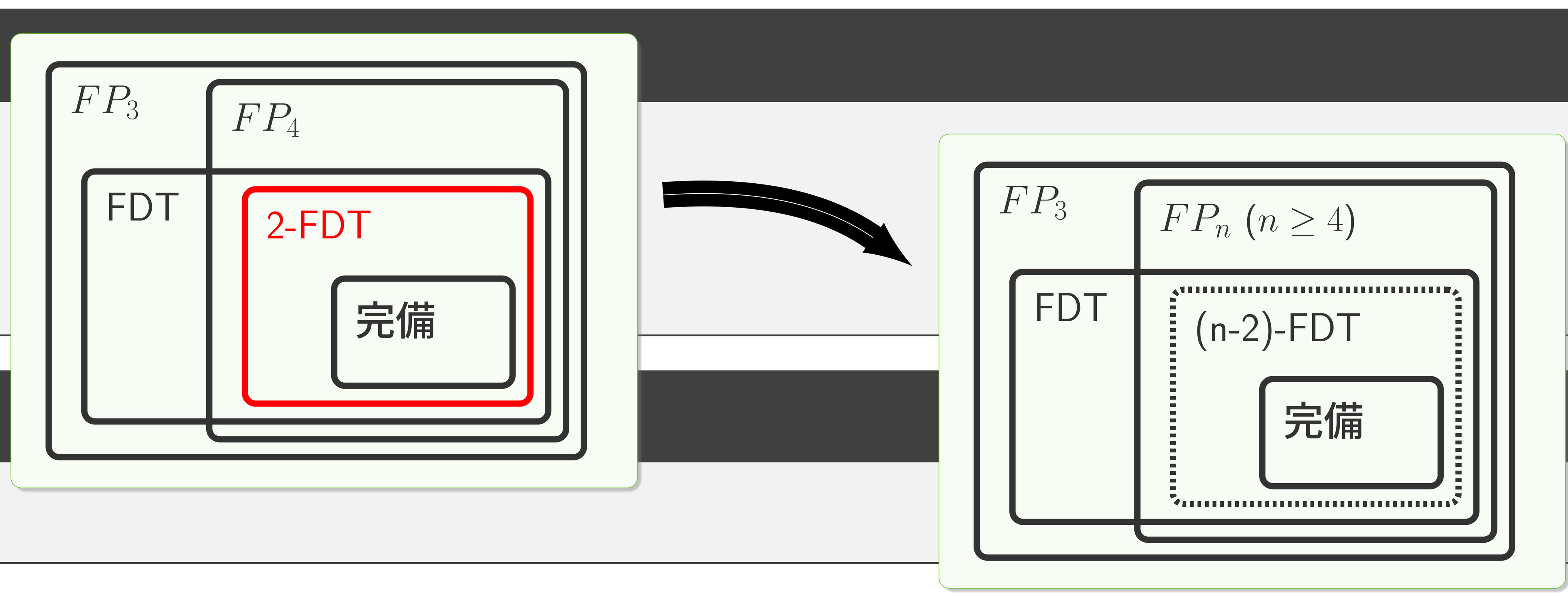
- 有限個の非自明な２階の parallel pair の集合 $B^{(2)}$ が存在して, 任意の２階の parallel pair が
  自明な２階の parallel pair の集合 $D^{(2)}, D^{(2,1)}, D^{(1,2)}, I^{(2)}, I^{(2,1)}$ と $B^{(2)}$ により生成できるとき, 書き換え系は２階の有限導出型をもつという
- 2-FDT が書き換え系が完備であるための必要条件であることを証明



本研究：2-FDT と FP_4 の関係

$FP_n\,(n = 1, \ldots)$: 書き換え系のホモロジカルな性質

- 先行研究：FDT は FP_3 の十分条件
- 本研究：2FDT が FP_4 の十分条件であることを証明



今後の課題

より一般的な n-FDT $(n = 1, 2, \ldots)$ への拡張